

Halbleiterbauelemente

Übungsserie 2: *Quantenmechanik und Kronig-Penney Modell*

Abgabe: 28.03.2011 in der Übungsstunde

16. März 2011

1. Allgemeine Verständnisfragen zur Quantenmechanik

- (a) Schreiben Sie die 3-dimensionale zeitabhängige Schrödingergleichung für ein Teilchen auf und benennen Sie alle darin vorkommenden Funktionen und Konstanten.
- (b) Aus der Lösung der Schrödingergleichung lassen sich Erwartungswerte und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten eines Teilchens bestimmen. Wie berechnen sich im Allgemeinen die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte und der Mittelwert der kinetischen Energie?
- (c) Was versteht man unter 'Quantisierung' ?
- (d) Was versteht man unter 'Tunneln'.
- (e) Der energetische Grundzustand eines physikalischen Systems ist in der Regel derjenige mit der kleinsten Energie. Erklären Sie, warum im Halbleiter nicht alle Elektronen im Valenzband den kleinsten Energiezustand besetzen können.
- (f) Welche Verteilungsfunktion beschreibt die Besetzung der Elektronenzustände im Halbleiter im Grundzustand? Geben Sie den Namen und die Formel an und skizzieren Sie die Verteilungsfunktion.
- (g) Im Halbleiter tragen zwei Arten von Ladungsträgern zum Strom bei: Elektronen und Löcher. Erklären Sie kurz das Konzept von Löchern im Halbleiter.
- (h) Welche Verteilungsfunktion beschreibt die Besetzung der Löcherzustände im Halbleiter im Grundzustand? Geben Sie den Namen und die Formel an.

2. Das Kronig-Penny Modell

In der ersten Übungsserie konnten anhand eines Potentialtopfes und einer rechteckigen Potentialbarriere wesentliche Effekte der Quantenmechanik veranschaulicht werden. Das Kronig-Penney Modell eignet sich, um die wichtigsten quantenmechanischen Eigenschaften von Ladungsträgern in Kristallen (z.B. Halbleitern und Metallen) zu verstehen.

- (a) Folgern Sie direkt aus dem Bloch Theorem (welches im Rahmen dieser Vorlesung nicht bewiesen wird), wie gross die Tunnelwahrscheinlichkeit im Kronig-Penney Potential von einem Potentialtopf in den nächsten Potentialtopf ist. Vergleichen Sie dieses verblüffende Ergebnis mit dem klassischen Fall und dem Fall der Potentialbarriere aus Serie 1.
- (b) Starten Sie bei der Schrödingergleichung und erläutern Sie anhand der Herleitung im Skript, dass die Energie im Kronig-Penney Potential (im Grenzfall $b \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow \infty$) für ein gegebenes k_x durch die Gleichung

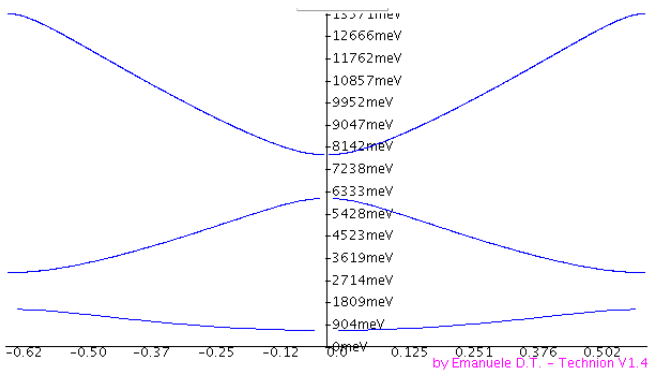
$$\cos(ak_x) = \frac{mV_0ab \sin(\alpha a)}{\hbar^2 \alpha a} + \cos(\alpha a) \quad (1)$$

gegeben ist. Was sind Energiebänder? Was versteht man unter der Bandweite eines Energiebandes?

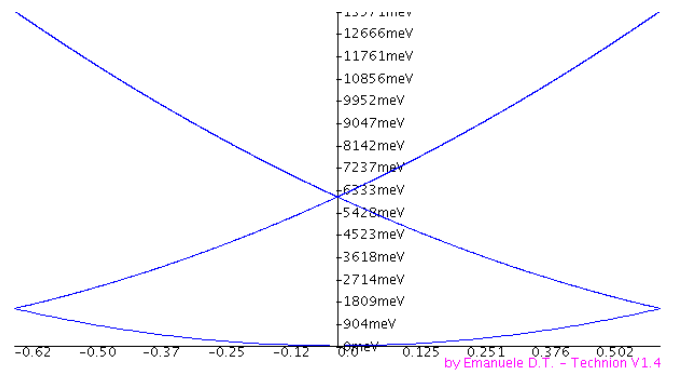
- (c) Die sechs Bilder 1 (a) - (f) zeigen die ersten drei Kronig-Penney Bänder für die sechs verschiedene Parametertupel 1: ($a = 4.99$, $V_0 = 500eV$), 2: ($a = 0.49$, $V_0 = 500eV$), 3: ($a = 49.99$, $V_0 = 500eV$), 4: ($a = 4.99$, $V_0 = 50eV$), 5: ($a = 4.99$, $V_0 = 5000eV$), 6: ($a = 4.99$, $V_0 = 1eV$). Für jedes Bild gilt $b = 0.01$. Es wird jeweils die komplette 1. Brillouinzone (BZ) gezeigt. Bild 1(a) gehört zu Tupel 1: ($a = 4.99$, $b = 0.01$, $V_0 = 500eV$). Ordnen Sie ohne zu rechnen den restlichen Bildern ihr eindeutiges Parametertupel zu. Argumentieren Sie dafür mit Gleichung (1). Tip: Sie können alleine durch die Betrachtung der Grösse der BZ zwei Bilder eindeutig zuordnen.
- (d) Welche Einheit besitzen die Parameter a und b : Å ($10^{-10}m$), nm oder μm (alle Parameter haben dieselbe Einheit)? Versuchen Sie dies anhand der Gleichung 1 und der Entnahme einer Energie aus einer der Bandstrukturen in Schaubild 1 abzuschätzen.
- (e) Beschreiben Sie anhand der Gleichung (2) was eine Fermienergie ist.

$$n = \int_0^{E_F} g(E) dE \quad (2)$$

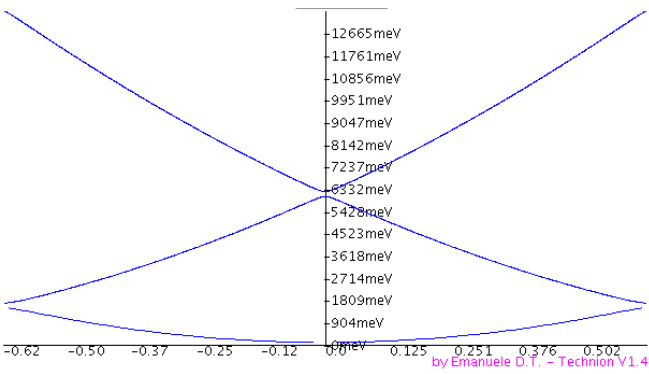
- (f) Prinzipiell könnten Sie die Fermienergie aus Gleichung (1) berechnen. Stattdessen zeichnen Sie bitte lediglich qualitativ in Bild 1 (a) das Fermienergielevel eines Halbleiters ein. Gehen Sie davon aus, dass das oberste Band das Leitungsband ist.
- (g) Zeichnen Sie in das oberste Band in Bild 1 (a) die Idee der Effektivmassennäherung ein.



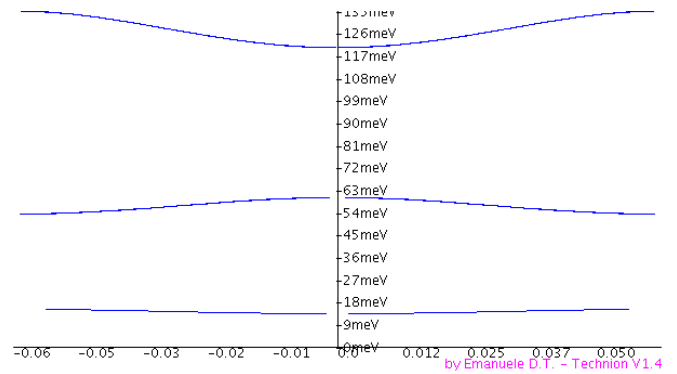
(a) ?



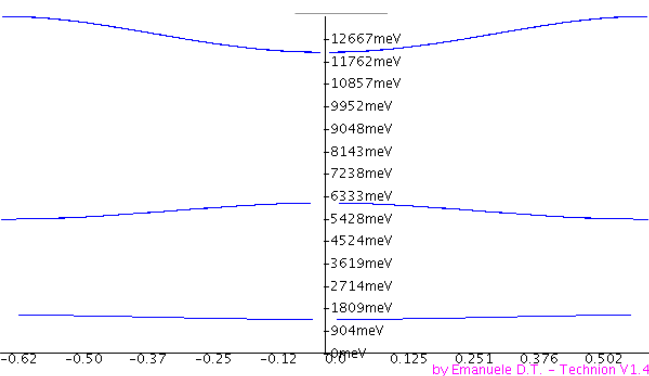
(b) ?



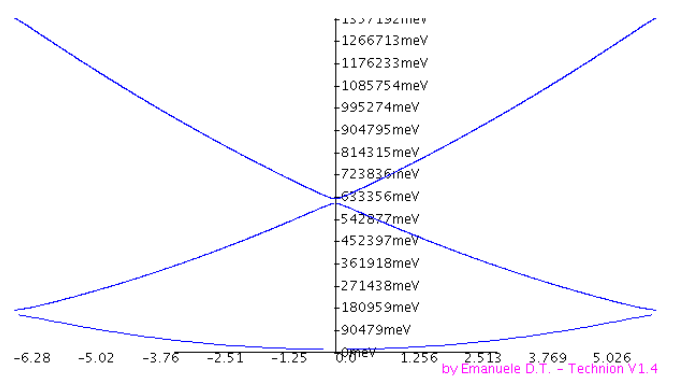
(c) ?



(d) ?



(e) ?



(f) ?

Abbildung 1: Kronig-Penney Bandstrukturen