Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Integrierte Systeme
Integrated Systems Laboratory

Halbleiterbauelemente

Übungsserie 5: *PN-Diode II*

Musterlösungen

2.Mai 2011

Aufgabe 1:

1.

$$V_{\text{bi}} = V_{\text{t}} \ln\left(\frac{N_{\text{A}} N_{\text{D}}}{n_i^2}\right) = 0.898\,\text{V}. \tag{1}$$

2.

$$d_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_{\text{Si}}(V_{\text{bi}} + V_{\text{a}})}{q}\left(\frac{N_{\text{A}}}{N_{\text{D}}}\right)\frac{1}{N_{\text{A}} + N_{\text{D}}}} = 0.444\,\mu\text{m} \tag{2}$$

$$d_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_{\text{Si}}(V_{\text{bi}} + V_{\text{a}})}{q}\left(\frac{N_{\text{D}}}{N_{\text{A}}}\right)\frac{1}{N_{\text{A}} + N_{\text{D}}}} = 0.444\,\text{nm} \tag{3}$$

3. Dieser Spezialfall heisst 'einseitige Diode' oder 'einseitiger pn-Übergang' ('one-sided junctions'). Im Skript wird er im Abschnitt 'abrupte Diode' behandelt. Die Begriffe 'abrupt' und 'einseitig' bedeuten nicht dasselbe und dürfen nicht verwechselt werden. Die vereinfachten Formeln für diesen einseitigen Fall lauten:

$$d_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_{\text{Si}}(V_{\text{bi}} + V_{\text{a}})}{q N_{\text{D}}}} = 0.444\,\mu\text{m} \tag{4}$$

$$d_p = \frac{N_{\text{D}}}{N_{\text{A}}}\, d_n = 0.444\,\text{nm}. \tag{5}$$

Die Resultate weichen weniger als 1 Prozent von den Resultaten ab, die man mit den allgemeingültigen Formeln erhält.

4. Es gilt $N_\mathrm{A} \gg N_\mathrm{D}$. Daher kann man in Gleichung 2 den Term $\frac{1}{N_\mathrm{A}+N_\mathrm{D}}$ näherungsweise durch $\frac{1}{N_\mathrm{A}}$ ersetzen. Das N_A kann man dann wegkürzen und man erhält Gleichung 4. Gleichung 5 erhält man aus $N_\mathrm{A} d_p = N_\mathrm{D} d_n$. Diese Gleichung bedeutet, dass die totale Ladung der Raumladungszone gleich Null ist.

5. Im symmetrischen Fall gilt $N_\mathrm{A} = N_\mathrm{D}$. Daher gilt auch $\frac{N_\mathrm{A}}{N_\mathrm{D}} = \frac{N_\mathrm{D}}{N_\mathrm{A}} = 1$ und $\frac{1}{N_\mathrm{A}+N_\mathrm{D}} = \frac{1}{2N_\mathrm{A}} = \frac{1}{2N_\mathrm{D}}$. Damit erhält man aus Gleichungen 2 und 3 leicht folgendes:

$$d_n = d_p = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_\mathrm{Si}(V_\mathrm{bi} + V_\mathrm{a})}{q N_\mathrm{D}}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_\mathrm{Si}(V_\mathrm{bi} + V_\mathrm{a})}{q N_\mathrm{A}}} \tag{6}$$

Aufgabe 2:

a) Da in der Aufgabe keine Längenangaben für das p- und n-Bahngebiet gemacht werden, nehmen wir diese als unendlich (im Vergleich zu den Ladungsträger- Diffusionslängen) an. Die Lösung der Diffusionsgleichung (Buch Gl. 8.9 und 8.10) mit diesen Randbedingungen (8.11) liefert sofort folgende Funktionen für die Minoritäts-Überschussladungsverteilungen im n- und p-Bahngebiet (Buch Gl. 8.14, 8.15):

$$\delta n_p(x) = n_{p0} \left[\exp(\frac{V_a}{V_t}) - 1\right] exp\left(\frac{x_p + x}{L_n}\right) \tag{7}$$

$$\delta p_n(x) = p_{n0} \left[\exp(\frac{V_a}{V_t}) - 1\right] exp\left(\frac{x_n - x}{L_p}\right) \tag{8}$$

Vergleiche dazu die Lösung von (8.9) mit endlichen Bahngebieten W_n und W_p: man würde in diesem Fall einen *sinh* für die x-Abhängigkeit und eine Ladungsverteilung wie in Gl. (8.27) erhalten.

b) Die Majoritäts- und Minoritätsladungsträger-Stromdichten bei Flusspolung im Falle langer Bahngebiete im Vergleich zur Diffusionslänge der Ladungsträger sind im Buch, Fig. 8.9 (Seite 282) dargestellt.

c) Vollständige Aktivierung der Dopanden: $n_{p0} = n_i^2/N_A = 10^4\,\mathrm{cm}^{-3}$ und $p_{n0} = n_i^2/N_D = 10^4\,\mathrm{cm}^{-3}$. Die Diffusionslängen berechnen sich: $L_n = \sqrt{\tau_{n0} D_n} = 32\mu m$ bzw. $L_p = \sqrt{\tau_{p0} D_p} = 20\mu m$. Die Minoritätsladungsträger-Diffusionsstromdichten sind dann (Koordinatensystem wie in Fig. 8.5 im Buch S.277):

$$j_n(-x_p) = eD_n \frac{d(\delta n_p(x))}{dx}|_{x=-x_p} = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n}\left[\exp(\frac{V_a}{V_t}) - 1\right] = 2.8\,mA/cm^2 \tag{9}$$

$$j_p(x_n) = -eD_p \frac{d(\delta p_n(x))}{dx}|_{x=x_n} = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p}\left[\exp(\frac{V_a}{V_t}) - 1\right] = 1.8\,mA/cm^2 \tag{10}$$

Die Gesamtstromdichte in der Diode ist folglich:

$$j_{tot} = j_n(-x_p) + j_p(x_n) = j_s \left[\exp(\frac{V_a}{V_t}) - 1\right] = 4.6\, mA/cm^2 \tag{11}$$

mit der Sperrstromdichte

$$j_s = \left[\frac{eD_n n_{p0}}{L_n} + \frac{eD_p p_{n0}}{L_p}\right] = 2.05 \times 10^{-11} A/cm^2 \tag{12}$$

d) Da in den Bahngebieten (Gebieten ausserhalb der Raumladungszone) die Minoritäts-Diffusionsströme exponentiell abklingen, die Gesamtstromdichte über das Bauteil aber konstant sein *muss*, muss es folglich auch einen nichtkonstanten Feldstrom der Majoritäten in beiden Bahngebieten p und n geben (siehe Fig. 8.9 im Buch). Weit weg vom Übergang besteht der (konstante) Gesamtstrom also fast nur noch aus dem Majoritäts-Feldstrom. Auf der n-Seite gilt also $j_{tot} = j_n = 4.6mA/cm^2 = e\mu_n N_D E$ und folglich

$$E = \frac{j_n}{e\mu_n N_D} = 2.87\, mV/cm. \tag{13}$$

Wir sehen, dass ein sehr kleines Feld resultiert (die Majoritäts-Ladungsträgerdichte N_D ist gross). Unsere vereinfachende Annahme für die analytische Behandlung der Diode, nämlich dass in Bahngebieten Ladungsneutralität und folglich *kein* Feld herrscht, scheint also in guter Näherung erfüllt zu sein.

e) Umformen von Gl. (9) und (10) liefert mit den einzusetzenden Grössen V_a, j_n und j_p:

$$N_A = e\frac{n_i^2}{j_n}\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}\left[\exp(\frac{V_a}{V_t}) - 1\right] = 1.33 \times 10^{17}\, cm^{-3} \tag{14}$$

$$N_D = e\frac{n_i^2}{j_p}\sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}}\left[\exp(\frac{V_a}{V_t}) - 1\right] = 2.31 \times 10^{17}\, cm^{-3} \tag{15}$$

$$n_{p0} = 753\, cm^{-3} \tag{16}$$

$$p_{n0} = 433\, cm^{-3} \tag{17}$$