Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Integrierte Systeme
Integrated Systems Laboratory

Halbleiterbauelemente

Übungsserie 3: *Lösungen*

4. April 2011

1. **Ladungstransport im Halbleiter**

   (a) Die gesamte Driftstromdichte im Halbleiter ist:

   $$\vec{j}_{\mathrm{drf}} = e(\mu_n n + \mu_p p)\vec{E}. \tag{1}$$

   Die Diffusionsstromdichten sind gegeben durch

   $$\vec{j}_{n,\mathrm{diff}} = eD_n\vec{\nabla}n, \quad \vec{j}_{p,\mathrm{diff}} = -eD_p\vec{\nabla}p\ . \tag{2}$$

   Leitfähigkeit und Ohmscher Widerstand sind somit

   $$\vec{j}_{\mathrm{drf}} = e(\mu_n n + \mu_p p)\vec{E} = \sigma\vec{E} \tag{3}$$

   beziehungsweise

   $$\rho = 1/\sigma = \frac{1}{e(\mu_n n + \mu_p p)}\ . \tag{4}$$

   Transport durch Drift.

   (b) Nein, da bei angelegter Spannung Driftstrom fliesst.

2. **Integrierter Widerstand**

   (a) Es gilt für den Ohmschen Widerstand

   $$j \cdot A\left(\frac{\rho L}{A}\right) = j\rho L = V\ , \tag{5}$$

   und somit für den Widerstand des Halbleiters

   $$\rho = \frac{V}{jL} = \frac{1}{e(\mu_n n + \mu_p \frac{n_i^2}{n})}\,. \tag{6}$$

   Bei vollständiger Ionisierung ist $n = N_D$. Die intrinsische Dichte des Si bei 300 K ist

   $$n_i = \sqrt{N_c N_v}\exp^{-Eg/2kT} \approx 10^{10} cm^{-3} \tag{7}$$

Wird die Löcherdichte in (6) nicht vernachlässigt, folgt die quadratische Gleichung

$$\mu_n \cdot n^2 - \frac{jL}{eV} \cdot n + \mu_p \cdot n_i^2 = 0 \tag{8}$$

mit den Lösungen $n_1 = 4.0 \cdot 10^{17}$ und $n_2 = 1 \cdot 10^2\,\mathrm{cm}^{-3}$, wobei letztere unphysikalisch ist, da sie einer Dotierung entspräche, die 8 Grössenordnungen kleiner ist als die intrinsische Elektronendichte (dies entspräche einer p-Dotierung).

(b) Der Prozentanteil eingefrorener Donatoratome ist gegeben durch (Formel (4.55) in Neamen)

$$\frac{n_d}{n_d + n_0} = \frac{1}{1 + \frac{N_c}{2N_D} exp\left[\frac{-(E_c - E_d)}{kT}\right]} = 12.5\% \tag{9}$$

(c) N_c kann hier als T-unabhängig angenommen werden (eigentlich weist sie eine $T^{3/2}$-Abhängigkeit auf). Für $T = 200\,\mathrm{K}$ ergibt die Formel (9) dann

$$\frac{n_d}{n_d + n_0} = 25.4\% \tag{10}$$

(d) Wiederum mit N_c und N_v als T-unabhängig vorausgesetzt, ist die intrinsische Dichte von Si bei 200 K $n_i \approx 1.9 \cdot 10^5\,\mathrm{cm}^{-3}$. Wir lösen wieder (8), diesmal für Tieftemperatur, und finden $n = 2.2 \cdot 10^{17}\,\mathrm{cm}^{-3}$. Es braucht nun also weniger Ladungsträger für die gleiche Leitfähigkeit. Der Grund sind die markant grösseren Mobilitäten bei 200 K.

Allerdings müssen wir noch die unvollständige Ionisation der Donatoren berücksichtigen. Es gilt

$$n = N_D - \frac{N_D}{1 + \frac{N_c}{2N_D} exp\left[\frac{-(E_c - E_d)}{kT}\right]}. \tag{11}$$

Aufgelöst nach N_D erhält man

$$N_D = n\left(1 - \frac{2n}{N_c} exp\left[\frac{(E_c - E_d)}{kT}\right]\right)^{-1} = 2.8 \cdot 10^{17}\,cm^{-3}. \tag{12}$$

Wie man sieht, spielt das Ausfrieren der Donatoren bei 200 K eine sehr bescheidene Rolle - wie das Bild im Neamen S.137 verdeutlicht. Viel mehr wirkt sich bei tiefen Temperaturen der Anstieg der Ladungsträger-Mobilitäten günstig auf die Leitfähigkeit aus.